

立教大学学術推進特別重点資金(立教SFR)

大学院学生研究

2023年度研究成果報告書

研究科名	立教大学大学院	理学研究科	物理学専攻
研究代表者 (2024年3月現在 のものを記入)	在籍課程・学年	氏名	
	<input type="checkbox"/> 博士前期課程 年 <input checked="" type="checkbox"/> 博士後期課程 3年	池田 拓人	
指導教員	所属部局・職名	氏名	
	理学部・教授	小林 努	
自然・人文 ・社会の別	<input type="checkbox"/> 自然 ・ 人文 ・ 社会	個人・共同の別	<input type="checkbox"/> 個人 ・ 共同 名
研究課題	高階微分重力理論の数学的な定式化とその検証		
研究組織 (研究代表者 ・共同研究者) ※2024年3月現 在のものを記入	在籍研究科・専攻・課程・学年	氏名	
	研究代表者 理学研究科物理学専攻 博士課程後期課程3年	池田 拓人	
研究期間	2023 年度		
研究経費 (1円単位)	(支出金額) 500,000円 / (採択金額) 500,000円		

研究の概要 (200~300字で記入、図・グラフ等は使用しないこと。)

重力波の直接検出の成功など、近年の観測技術の向上は著しく、強重力領域での重力理論の検証に注目が集まっている。そこで本年度は強重力領域で有効な重力理論の検証に関する三つの研究を行なった。

一つ目は、縮退したスカラー・テンソル理論を統一的に記述できる Generalized Disformal Horndeski 理論が、物質と整合的に結合できる条件を調べた研究である。

二つ目は、時空の幾何学を計量アフィン幾何学に拡張した場合に、ベクトル・テンソル理論としてどのようなものが許されるかを検討した研究である。

三つ目は、天体の潮汐変形率を表す指標である Tidal Love Numbers を理論によらずに計算する手法を提供することを目標とした研究である。

キーワード (研究内容をよく表しているものを3項目以内で記入。)

[修正重力理論] [高階微分重力理論] [ブラックホール]

研究成果の概要 (図・グラフ等は使用しないこと。)研究1および2の背景

現代の標準的な重力理論は一般相対論(GR)である。しかし GR は弱重力場で有効な理論だと考えられており、強重力場でも正しいという保証はない。特に近年の重力波の直接検出やブラックホールの影の撮像の成功により、強重力場での重力理論の検証に注目が集まっている。

ここで一般相対論を修正・拡張した修正重力理論と呼ぶ。修正重力理論の代表例は、一般相対論にスカラー場の自由度を加えることで重力理論を修正するスカラー・テンソル理論である。このように、一般相対論に新たな場を加えることで新しい重力理論を構築することができる。一般相対論に自由度を加えて重力理論を修正する試みは他にも存在して、例えば、スカラー場ではなくベクトル場の自由度を加えることで重力理論を修正するベクトル・テンソル理論と呼ばれる修正重力理論が存在する。

ここで Ostrogradsky の定理により、非縮退な高階微分理論には ghost 不安定性が生じることが知られているため、それを避けるには重力理論は縮退していなければならない。

そこで縮退した理論を包括的に扱う手法を理論的に整備することで、重力理論の検証のための強固な枠組みを提供することを目標として、以下のような二種類の研究を行なった。

研究1

近年、縮退条件を満たし、良好な性質を持つスカラー・テンソル理論の包括的な枠組みである Generalized Disformal Horndeski (GDH) 理論が提唱された。GDH 理論は縮退条件を満たしているため、Ostrogradsky ghost が発生しない。しかし、真空(他の物質が存在しない)状態で重力理論が縮退条件を満たしていても、他の物質と結合したときに縮退条件が破れ、Ostrogradsky 不安定性を引き起こしてしまう可能性がある。

そこで、以下のように GDH 理論が他の物質と整合的に結合できる条件を精査する研究を行なった。

まず、正準スカラー場と GDH 理論からなる系をフレーム変換により計算が容易な形に変形をしたのち、ラグランジアンを ADM 形式で書き下し、ヘッシアン行列の縮退条件を導くことで、この条件がどのような場合に満たされるかを調べ上げた。その結果、generalized disformal 変換の可逆性を尊重すると、従来の disformal 変換を通じて Horndeski 理論と対応しているクラスしか物質と整合的に結合ができないことを明らかにした。これを GDH 理論の言葉に直すと、理論のうち、特に近年発見された高階微分を含むようなクラスは、物質との結合により不安定性が生じることを明らかにしたことになる。つまり、本研究により、重力理論と物質の結合の整合性という観点から、考える重力理論に大幅な制限を課すことに成功した。

なお、この成果についてはすでに複数の国内学会や国際学会で成果を発表しており、論文雑誌にも掲載済みである[1,4,5]。

研究2

GR は擬リーマン幾何学という曲がった時空の幾何学上で定義されるが、一般に曲がった時空の幾何学は擬リーマン幾何学に限らない。特に、擬リーマン幾何学を一般化し、捩率と non-metricity という幾何学量を考慮した計量アフィン幾何学の研究も盛んに行われている。この計量アフィン幾何学上の重力理論は計量と接続係数(クリストッフェル記号)がそれぞれ独立変数であるという特徴がある。しかし、このような計量と接続の組み合わせは膨大にあり、その多くは不安定な理論である。ここで安定な理論を構築するために二種類の手法が知られている。一つは接続に条件を課して時空の捩率と呼ばれる量が消失した幾何学上で重力理論を記述する方法、もう一つは理論に射影不変性と呼ばれる対称性を課す方法である。

そこで、計量アフィン形式におけるベクトル・テンソル理論として妥当なものを峻別するため、前述の安定な理論を構築する指針である二つの方法のそれぞれについて、計量アフィン形式におけるベクトル・テンソル理論を構成した。さらに計量形式のベクトル・テンソル理論の枠組みでそれらの縮退条件を解析することで、安定な理論を構築するための条件を明らかにした。

その結果、一般に射影不変性を課すことは捩率が消失することよりも本質的に重要であるという示唆が得られたとともに、射影不変性だけで十分ではないことも明らかとなった。これによりこれまで闇に包まれていた計量アフィン幾何学の構造の一端が明らかとなり、重力と幾何学に関する我々の理解を大きく前進させることに成功した。

本研究の成果に関しては、すでに論文の形で発表を行なっている[3]。

研究成果の概要 (つづき)

研究 3 の背景

近年、LIGO や Virgo による重力波の直接検出がなされたことで、重力波を用いた強重力場の検証に注目が集まっている。典型的な重力波源として考えられているのは連星系からの重力波であるが、これは潮汐力の影響を強く受けることが予想される。

このような潮汐力による天体の潮汐変形率を表す指標として、Tidal Love Numbers (TLNs) がある。これは BH などの天体の潮汐変形率を定量化した物理量であり、実際 TLNs は 5PN から重力波形に影響することがわかっている。

真空の 4 次元 GR では BH TLNs は恒等的にゼロになることが知られている。しかし、修正重力理論や物質との非最小結合などを考えたときにも、一般に TLNs の値がゼロとなる保証はないため、将来的に重力波観測によりノンゼロの TLNs が観測できれば、それは強重力場における新しい物理の証拠となりうる。

そこで理論に依存しない形で TLNs を計算する手法を確立し、ある重力理論の枠組みが与えられたときに、その理論と観測との橋渡しをするために以下のような研究を行なった。

研究 3

本研究では、Regge-Wheeler/Zerilli 方程式から少しずれた系における TLNs の一般的な構造を明らかにし、理論によらずに TLNs を計算する手法を提供することを目標とした。

具体的には、(1)背景が静的球対称時空であること、(2)真空 GR からのずれが小さいこと、(3)重力と他の自由度との結合がないこと、という三つを仮定して解析を行なった。

これらの仮定の下で、一般にマスター方程式は Regge-Wheeler/Zerilli 方程式からわずかに修正されるはずである。この変化分を有効ポテンシャルとしてポテンシャルのずれに押し込んで方程式を書き下す。このように修正された Regge-Wheeler/Zerilli 方程式で記述される系について TLNs の “basis” を計算する。この basis さえ得ることができれば、べき乗で記述されるどんな有効ポテンシャルに対しても TLNs を計算することが可能である。これは理論によらずに TLNs を計算する手法を提供したことを意味している。つまり本研究により、何らかの重力の基礎方程式が与えられた時点で、直接重力波観測で検出可能な物理量を計算することが可能となった。

その結果として、(TLNs がスケール依存しているように見える) running TLNs が広く一般に生じることや、有効ポテンシャルのべき乗の指数や多重極の次数を上げることで TLNs (basis) がゼロに近づいていく傾向などが明らかとなった。

また、副次的な結果として、修正された Regge-Wheeler/Zerilli 方程式におけるチャンドラセカール変換を考えることで、パリティと有効ポテンシャルが異なるが同一の TLNs を有する系のペアを発見することにも成功した。

本研究に関しては、すでに国内学会で成果を発表しており、論文誌にも掲載済みである[2,6]。

研究発表 (研究によって得られた研究成果を発表した①～④について、該当するものを記入してください。該当するものが多い場合は主要なものを抜粋してください。なお、成果発表を確認できる資料を合わせて研究成果報告書提出フォームより提出してください(紙媒体等、研究成果報告書提出フォームから提出できない場合は、別途リサーチ・イニシアティブセンターへ提出してください)。

- ①雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)
- ②図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)
- ③シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)
- ④その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

※修士論文・博士論文は含みません。

① 雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)

- [1] Tact Ikeda, Kazufumi Takahashi, and Tsutomu Kobayashi,
“Consistency of higher derivative couplings to matter fields in scalar-tensor gravity,”
Phys. Rev. D **108**, no.4, 044006 (2023)
- [2] Takuya Katagiri, Tact Ikeda, and Vitor Cardoso,
“Parametrized Love numbers of non-rotating black holes,”
Phys. Rev. D **109**, no.4, 044067 (2024)
- [3] Tact Ikeda,
“Vector-tensor theories in metric-affine geometry,”
[arXiv:2311.11104 [gr-qc]]

② 図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)

該当なし

③ シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)

該当なし

④ その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

(1) 国際会議における発表

- [4] 池田拓人,
“Consistency of higher derivative couplings to matter fields in scalar-tensor gravity,”
The 32nd Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan,
名古屋大学、2023年11月

(2) 国内会議における発表

- [5] 池田拓人,
“Consistency of higher derivative couplings to matter fields in scalar-tensor gravity,”
第36回理論懇シンポジウム、弘前大学、2023年12月
- [6] 片桐拓弥、池田拓人、Vitor Cardoso,
“Parametrized Love numbers of non-rotating black holes,”
日本物理学会 2024年春季大会、オンライン開催、2024年3月