

## 立教大学学術推進特別重点資金(立教SFR)

## 大学院学生研究

## 2022年度研究成果報告書

|   |  |      |       |         |                             |      |   |
|---|--|------|-------|---------|-----------------------------|------|---|
| 研究科名  | 立教大学大学院  |      | 理学研究科 | 物理学専攻   |                             |      |   |
| 研究代表者<br>(2023年3月現在<br>のものを記入)                    | 在籍課程・学年  |      | 氏名    |         |                             |      |   |
|   | <input type="checkbox"/> 博士前期課程 年<br><input checked="" type="checkbox"/> 博士後期課程 2年 |      | 池田 拓人 |         |                             |      |   |
| 指導教員  | 所属部局・職名  |      | 氏名    |         |                             |      |   |
|   | 理学部・教授   |      | 小林 努  |         |                             |      |   |
| 自然・人文・社会の別  | <input type="checkbox"/> 自然  | ・ 人文 | ・ 社会  | 個人・共同の別 | <input type="checkbox"/> 個人 | ・ 共同 | 名 |
| 研究課題  | フレーム変換を用いた解析手法による高階微分修正重力理論の多角的検討  |      |       |         |                             |      |   |
| 研究組織<br>(研究代表者<br>・共同研究者)<br>※2023年3月現在<br>のものを記入 | 在籍研究科・専攻・課程・学年   |      |       | 氏名      |                             |      |   |
|   | 研究代表者<br>理学研究科物理学専攻<br>博士課程後期課程2年  |      |       | 池田 拓人   |                             |      |   |
| 研究期間  | 2022 年度  |      |       |         |                             |      |   |
| 研究経費<br>(1円単位)                                    | (支出金額) 400,000円 / (採択金額) 400,000円  |      |       |         |                             |      |   |

## 研究の概要 (200~300字で記入、図・グラフ等は使用しないこと。)

標準的な重力理論である一般相対論を拡張することで種々の謎を解明しようとする試みがあり、それらを修正重力理論と呼ぶ。本年度は縮退条件という観点から、良好な修正重力理論は何かという問題に関する二つの研究を行った。

一つ目は、時空の幾何学を拡張することで重力理論を修正する計量アフィン形式と呼ばれる重力理論のうち、ベクトル・テンソル理論としてどのようなものが許されるかを検討した研究である。

二つ目は、縮退したスカラー・テンソル理論を統一的に記述できるモデルとして近年提唱された generalized disformal Horndeski 理論が、物質と整合的に結合できる条件を調べた研究である。

## キーワード (研究内容をよく表しているものを3項目以内で記入。)

[一般相対性理論] [修正重力理論] [縮退理論]

**研究成果の概要** (図・グラフ等は使用しないこと。)研究の背景

重力理論の研究は広く行われている。中でも、現在の標準的な重力理論は一般相対論である。しかし、現在の宇宙の加速膨張やインフレーションなど、一般相対論だけでは説明ができない事象も存在する。そのような事象を説明するために、長距離において重力理論を修正・拡張する手法が盛んに研究されている。このような手法で得られた重力理論のことを修正重力理論と呼ぶ。

修正重力理論の代表例は、一般相対論にスカラー場の自由度を加えることで重力理論を修正するスカラー・テンソル理論である。このように、一般相対論に新たな場を加えることで新しい重力理論を構築することができる。一般相対論に自由度を加えて重力理論を修正する試みは他にも存在して、例えば、スカラー場ではなくベクトル場の自由度を加えることで重力理論を修正するベクトル・テンソル理論と呼ばれる修正重力理論が存在する。しかし、このように一般相対論に新たな場を加えることでオストログラドスキーゴーストと呼ばれる余分な自由度が生じ、理論に不安定性が生じてしまう可能性がある。これを避け、理論が良好な性質を持つためには、その理論が縮退条件と呼ばれる、ある特別な条件を満たしている必要がある。

本年度はこの縮退条件という観点から、良好な修正重力理論は何かという問題を明らかにするための二つの研究を行った。

研究 1

一つ目の研究は、時空の幾何学を拡張することで重力理論を修正する計量アフィン形式と呼ばれる修正重力理論についての研究である。

標準的な重力理論である一般相対性理論は、数学的には擬リーマン幾何学という枠組みを仮定し、時空の計量を用いて重力を記述する理論である。しかし、我々の宇宙が擬リーマン幾何学で記述されている保証も必然性もないため、より一般の幾何学を考えた上で我々の宇宙がどのような幾何学で記述されているかを確かめようとする試みがある。そのような手法の修正重力理論を計量アフィン形式の重力理論という。この計量アフィン形式の重力理論では時空の計量と接続の二種類の幾何学量を独立変数として重力理論の記述を行う。しかし、このような計量と接続の組み合わせは膨大にあり、その多くは不安定な理論である。そのため、安定な理論を構築するために二種類の手法が提唱されている。一つは接続に条件を課して時空の振率と呼ばれる量をゼロにとった幾何学上で重力理論を記述する方法、もう一つは理論に射影不変性と呼ばれる対称性を課す方法である。

このように重力理論を計量アフィン形式で記述する試みは広く行われていて、例えば、スカラー・テンソル理論の代表的な枠組みである Horndeski 理論を計量アフィン形式で書き下した場合、DHOST (Degenerate Higher-Order Scalar-Tensor) 理論と呼ばれる枠組みで記述できることが示されている。ただし、これらはスカラー・テンソル理論についての研究であり、それをベクトル・テンソル理論に拡張した研究はほとんど存在しなかった。そこで、本研究では、計量アフィン形式のベクトル・テンソル理論についての解析を行った。

本研究では、計量アフィン形式におけるベクトル・テンソル理論として妥当なものを峻別するため、前述の安定な理論を構築するための二つの方法のそれぞれについて、計量アフィン形式における generalized Proca theory と呼ばれるベクトル・テンソル理論を構成し、さらにそれらの縮退条件を解析することで、安定な理論を構築するための条件を明らかにすることに成功した。

なお、この成果については既に国際学会で成果を発表し、論文原稿を執筆中であり、まもなく投稿予定である。

**研究成果の概要** (つづき)研究 2

二つ目の研究は、一般的なスカラー・テンソル理論の枠組みのうち、物質と安定に結合できるクラスについての研究である。

近年、スカラー・テンソル理論の文脈で generalized disformal 変換という高階微分を含む変換が提唱された。この変換を Horndeski 理論に適用することで、縮退条件を満たし、良好な性質を持つスカラー・テンソル理論の、これまでより一般の枠組み (generalized disformal Horndeski 理論) を得られることが明らかとなった。こうして得られた generalized disformal Horndeski 理論は縮退条件を満たしているため、オストログラドスキーゴーストが発生せず、余分な自由度が生じないという点で安定な理論である。

しかし、重力は時空の曲がりである計量を用いて表現されるため、あらゆる物質と相互作用 (結合) をしている。そのため、真空 (他の物質が存在しない) 状態で重力理論が縮退条件を満たしているにもかかわらず、他の物質と結合したときに縮退条件が破れ、不安定性を引き起こす可能性がある。そのため、重力と他の物質との結合の整合性を考慮する必要がある。

そこで、我々は良好な性質を持つスカラー・テンソル理論として、現在までに発見されている最も一般的なクラスである generalized disformal Horndeski 理論と呼ばれる理論が、正準スカラー場と結合している場合に縮退条件にどのような影響を及ぼすかを解析した。

具体的には、generalized disformal 変換により Horndeski フレームに移って議論を行うことで、スカラー場と generalized disformal 計量を通じて結合しているような Horndeski 理論を考え、これらの作用全体が縮退している条件を調べ上げた。まず、考えているラグランジアンに対して時空の ADM 分解を行い、ヘッシアン行列を構成することで、理論のキネマティクスを調べられるようにラグランジアンを書き換えた。そして、ヘッシアン行列の行列式が消えるという条件から理論の縮退条件を導き出し、この条件がどのような時に満たされているのかを精査した。このようにして得た縮退条件は、計算ののち、重力のスカラー場や物質のスカラー場などを含むいくつかのスカラー量についての多項式の形でかけることがわかるが、この条件式がスカラー場の配位によらず満たされているためには、多項式の係数関数が全て独立に消えなければならない。よって、この全ての係数関数が消える条件を generalized disformal 計量に関する条件に書き直すことで、どのような結合が許されるのかを評価することができる。

その結果、generalized disformal 変換の可逆性を尊重すると、従来の disformal 変換を通じて Horndeski 理論と対応しているクラスしか物質と整合的に結合ができないことを明らかにした。これを generalized disformal Horndeski 理論の言葉に直すと、理論のうち、特に近年発見された高階微分を含むようなクラスは、物質との結合により不安定性が生じることを明らかにしたことになる。つまり、本研究により、重力理論と物質の結合の整合性という観点から、考えうる重力理論に大幅な制限を課すことに成功した。

なお、この成果については既に国内学会や、国際学会で成果を発表しており、論文雑誌にも投稿済みである [arxiv:2302.03418]。

**研究発表** (研究によって得られた研究成果を発表した①~④について、該当するものを記入してください。該当するものが多い場合は主要なものを抜粋してください。なお、成果発表を確認できる資料を合わせて研究成果報告書提出フォームより提出してください(紙媒体等、研究成果報告書提出フォームから提出できない場合は、別途リサーチ・イニシアティブセンターへ提出してください)。

- ①雑誌論文(著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)
- ②図書(著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)
- ③シンポジウム・公開講演会等の開催(会名、開催日、開催場所)
- ④その他(学会発表、研究報告書の印刷等)

※修士論文・博士論文は含みません。

① 雑誌論文(著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)

- [1] Tact Ikeda, Kazufumi Takahashi and Tsutomu Kobayashi  
“Consistency of higher derivative couplings to matter fields in scalar-tensor gravity,”  
*Phys. Rev. D* に投稿済み[arXiv:2302.03418]

② 図書(著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)

該当なし

③ シンポジウム・公開講演会等の開催(会名、開催日、開催場所)

該当なし

④ その他(学会発表、研究報告書の印刷等)

(1) 国際会議における発表

- [2] Tact Ikeda, Tsutomu Kobayashi,  
“Vector-tensor theories in the metric-affine formalism,”  
JGRG31,  
(2022年10月、ハイブリッド開催)
- [3] Tact Ikeda, Kazufumi Takahashi and Tsutomu Kobayashi,  
“Consistency of higher-order derivative couplings to matter fields,”  
9th Korea-Japan Workshop on Dark Energy,  
(2022年11月、ハイブリッド開催)

(2) 国内会議における発表

- [4] 池田拓人、高橋一史、小林努、  
「Consistency of higher-order derivative couplings to matter fields」、  
日本物理学会 2023年春季大会、  
(2023年3月、オンライン開催)