

立教大学学術推進特別重点資金 (立教 S F R)

大学院学生研究

2021年度研究成果報告書

研究科名	立教大学大学院			理学研究科	物理学専攻
研究代表者 (2022年3月現在 のものを記入)	在籍課程・学年		氏名		
	<input type="checkbox"/> 博士前期課程 年 <input checked="" type="checkbox"/> 博士後期課程 1年		池田 拓人		
指導教員	所属部局・職名		氏名		
	理学部 教授		小林 努		
自然・人文 ・社会の別	<input type="checkbox"/> 自然 ・ 人文 ・ 社会		個人・共同の別	<input type="checkbox"/> 個人 ・ 共同 名	
研究課題	ダークエネルギーが物質と非最小結合している可能性の多角的検討				
研究組織 (研究代表者 ・共同研究者) ※2022年3月現 在のものを記入	在籍研究科・専攻・課程・学年		氏名		
	研究代表者 理学研究科物理学専攻 博士課程後期課程1年		池田 拓人		
研究期間	2021 年度				
研究経費 (1円単位)	(支出金額) 400,000円 / (採択金額) 400,000円				

研究の概要 (200~300字で記入、図・グラフ等は使用しないこと。)

本研究では、主に修正重力理論同士の間接関係に関する二種類の研究を行った。

まず、研究1では物質と非最小結合しているダークエネルギーが星の周辺でどのような配位をとるかを精査した。これは数式上 DHOST という修正重力理論について星周辺の物理を研究したことも等価であり、それらの理論同士の間接関係を探る研究としての側面も併せ持っている。

また、研究2では計量形式と計量アフィン形式とで記述される修正重力理論のうち、特にベクトル・テンソル理論について新しい理論モデルを提案し、その理論が安定となる領域を調査した。なお、計量アフィン形式のモデルには膨大な可能性があるため、射影不変性を指導原理とすることで見通しの良いモデル構築を目指した。

キーワード (研究内容をよく表しているものを3項目以内で記入。)

[修正重力理論] [ダークエネルギー] [幾何学]

研究成果の概要 (図・グラフ等は使用しないこと。)研究 1

本研究では、シフト対称スカラ場と非最小結合した星についての研究を行った。

具体的な手法としては、まず、静的球対称な時空を考え、シフト対称なスカラ場の Ansatz として、時間に線型依存した静的ではないスカラ場の配位を仮定し、このようなスカラ場と非最小結合している物質を考えた。ただしここで、具体的な結合の形としては、計量とスカラ場の両方に結合しているような物質 (disformal 結合した物質) を採用した。ここで disformal 結合とは、スカラ場の一階微分までを含む最も一般的な計量の変換である disformal 変換を施された計量 (disformal 計量) を用いた非最小結合であり、これまでよく考えられていた非最小結合の conformal 結合と比べて、シフト対称性と相性が良いため、ダークエネルギーのモデルとして、より都合の良いものになっている。

さて、このように物質がスカラ場と非最小結合しているときには、計量と物質も結合しているため、計量のソース項に対応するエネルギー運動量テンソルだけではなく、スカラ場と物質の結合の帰結としてスカラ場のソース項に対応するスカラ量 (以下、スカラ場のエネルギー運動量テンソルと呼ぶ) をも考慮しなければならない。このスカラ場のエネルギー運動量テンソルは、今回のように物質との結合が disformal 結合で記述される場合には計量のエネルギー運動量テンソルで書き表せることが知られており、このことからスカラ場のエネルギー運動量テンソルと計量のエネルギー運動量テンソルの成分とが独立でなく、それぞれを好き勝手な配位に選ぶことはできないことが示せる。

本研究では、このようにスカラ場がシフト対称性を有している場合には、前述のスカラ場のエネルギー運動量テンソルは、計量のエネルギー運動量テンソルを含む全微分の形で書き表せることを示した。

また、このように球対称な星の周辺にスカラ場が存在するとき、時空が静的であるためにはスカラ場の降着を打ち消すような物質のエネルギーの流れ (熱流束) が必要である。これはエネルギー運動量テンソルにおける非対角成分として現れ、より具体的には (tr) 成分を考慮したことに相当する。なお、このような設定のもとでは、一般に動径方向の圧力と角度方向の圧力が一致しないような非等方の圧力分布になることもあり得るため、これら二つの効果を考え、理想流体にこれらの寄与を加えた物質分布を考えて解析を行う必要がある。

こうして前述の設定のもと、シフト対称ダークエネルギーと disformal 結合した星についてその配位や重力ポテンシャルの値などについての議論を行った。

より具体的には、一般相対論に k -エッセンスを加えたダークエネルギーモデルに対して物質分布が存在する星の内部で、スカラ場を解析した。その結果、大きく分けてその配位の解には二つのブランチが存在することが判明した。ここで片方のブランチはスカラ場が自明な配位になるような解であったため、以降ではこちらを自明なブランチと呼び、他方を非自明なブランチと呼称することにする。

この自明/非自明なブランチで星の内外でのふるまいを解析すると、この非自明なブランチを解として採用するためには、スカラ場の時間依存性を決める定数項を星ごとに調整する必要があることを示すことができた。これは例えば、ある特定の質量、半径等の星に対してのみ成り立つものであるから、この宇宙にある全ての星がその特定のある同じ質量などを持っていない限りは、一般の状況下では成り立たない。

なお、同様の解析によって星外部解もスカラ場の自明な配位を導くブランチと、スカラ場は非自明な配位を持つが時空はシュワルツシルト会となるようなステルス解のブランチとの二種類が存在することを示すことができる (これらに関しても自明なブランチと非自明なブランチという呼称を採用する) が、やはりこの場合にも非自明なブランチが成立するためには、理論のパラメータを微調整する必要があることが判明した。

さらに、これらの結果を利用して星周辺でのスカラ場の配位を厳密に求めた。これにより例えば、理論モデルのパラメータの観測的制限についても議論が可能で、理論モデルが LIGO による重力波検出と無矛盾であるためには、disformal 結合における disformal 因子のとりうる値などに制限がかかる。

そこで、これらの外部解に対して、重力ポテンシャルを計算し、最小結合の結果と比較することで disformal 因子のとりうる値を検討した。その結果、いくつかの関数形を除き、disformal 因子に大きな制限をかけることに成功した。

また、これらの結果は物質とダークエネルギーが非最小結合したフレームで計算をしているが、これらは DHOST という広い枠組みを記述する修正重力理論で記述されるフレームの星周辺の物理を解析したと数学的に等価であり、しかも後者を直接計算するよりも大幅に計算量を削減できている。そのため、効率よく二つのフレームの解析を進めることができる。その結果として、両者を比較することでどちらのフレームで見ても星の表面などの物理量は全く同じであることを示すことができた。

研究成果の概要 (つづき)**研究 2**

重力理論の研究は広く行われており、一般相対論はその標準的な理論として理解されているが、中には一般相対論で説明できない事象も存在する。そのような事象を説明するために、長距離において重力理論を修正・拡張する手法も盛んに研究されている。このような手法で得られた重力理論のことを修正重力理論と呼ぶ。この修正重力理論の代表例は、スカラー・テンソル理論であろう。このスカラー・テンソル理論は一般相対論にスカラー場の自由度を加えた修正重力理論だが、重力にスカラー場以外の自由度を足すことで理論を拡張する試みも存在する。例えば、一般相対論にベクトル場の自由度を加えたベクトル・テンソル理論がある。これはベクトル場をスカラー場の勾配で表すという極限をとることでスカラー・テンソル理論に帰着することが知られている。この意味でベクトル・テンソル理論はスカラー・テンソル理論の拡張したものといえる。

また、時空の幾何学を拡張することで重力理論を修正する試みが存在する。例えば、一般相対論は、時空の計量を用いて重力を記述する理論であるが、これは数学的には擬リーマン幾何学を仮定していることになる。この擬リーマン幾何学上の理論は計量形式と呼ばれ、時空の接続が計量によって一意に定まるという著しい性質を仮定している。しかし、数学的にはこのような仮定を置く必然性はなく、時空の計量と接続とは別々に定まるものであっても良い。このように計量と接続を独立に取った幾何学を計量アフィン幾何学と言い、この計量アフィン幾何学を用いて重力理論を記述することを計量アフィン形式と呼ぶ。

重力理論を計量アフィン形式で記述する試みは広く行われていて、例えば、スカラー・テンソル理論の代表的な枠組みであるホルンデスキ理論を計量アフィン形式で書き下した場合、DHOST と呼ばれる枠組みで記述できることが示されている。ただし、これらはスカラー・テンソル理論についてであって、それを拡張したベクトル・テンソル理論についての研究はほとんど存在しなかった。そこで、本研究では、ベクトル・テンソル理論の計量アフィン形式についての解析を行った。

まず、これまでの計量アフィン形式に関する研究から、スカラー・テンソル理論などの多くの場合で、理論の安定性を保持するためには、ラグランジアンに射影不変性を課することが有用であることが知られていた。そこで、ベクトル・テンソル理論のなかでも特に Generalised Proca 理論と呼ばれる理論に対して、計量アフィン形式で記述されるラグランジアンが射影不変性を有する条件を考察した。

そして最終的に、理論の射影不変性を保証したまま、Generalised Proca 理論を計量アフィン形式に拡張する手法として、二種類の手法を考案した。さらに、これら二種類の手法で構成された計量アフィン形式の理論のそれぞれについて、対応する計量形式のラグランジアンを書き下したときに、そのラグランジアンがオストログラドスキー不安定性を回避可能な Extended vector-tensor theories という理論の枠組みで記述される条件を精査した。なお、この結果は、スカラー・テンソル理論における計量アフィン形式の研究をも内包しており、それらを拡充した内容になっている。

なお、これらの成果は具体的には、以下のような計算を行なうことで実現している。

まず、我々が考案した二つの手法とは、ラグランジアンとして考えられる項のうち、最小限のパーツから構成されるものを射影不変になるように組み上げる手法と、完全反対称テンソルを用いてラグランジアンを構成する手法との二つである。これらの手法のそれぞれについて、ラグランジアン上で接続の二次までの項を全て書き下し、接続のオイラー・ラグランジュ方程式を完全に解くことで、理論から接続を integrate out し、理論を記述する独立変数から接続を取り除いた。これは元々の理論と対応関係にある計量形式の理論を見つけたことを意味している。

さらに、この対応する計量形式の作用が縮退条件と呼ばれる特別な条件を満たし、オストログラドスキー不安定性が生じない条件を考察した。これは、計量形式の作用がベクトル・テンソル理論における Extended vector-tensor theories で記述される条件を調べ上げたことと等価である。

こうして、計量アフィン形式のベクトル・テンソル理論が安定となる条件を提示することに成功した。

研究発表 (研究によって得られた研究成果を発表した①～④について、該当するものを記入してください。該当するものが多い場合は主要なものを抜粋してください。なお、成果発表を確認できる資料を合わせて研究成果報告書提出フォームより提出してください(紙媒体等、研究成果報告書提出フォームから提出できない場合は、別途リサーチ・イニシアティブセンターへ提出してください)。

- ① 雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)
- ② 図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)
- ③ シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)
- ④ その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

※修士論文・博士論文は含みません。

① 雑誌論文 (著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ)

- [1] Tact Ikeda, Aya Iyonaga and Tsutomu Kobayashi
“Stars disformally coupled to a shift-symmetric scalar field,”
Phys. Rev. D **104** (2021) 10, 104009

② 図書 (著者名、出版社、書名、発行年、総ページ数)

該当なし

③ シンポジウム・公開講演会等の開催 (会名、開催日、開催場所)

該当なし

④ その他 (学会発表、研究報告書の印刷等)

(1) 国際会議における発表

- [1] Tact Ikeda, Tsutomu Kobayashi,
“Generalised Proca in metric-affine formalism,”
JGRG30,
(2021年12月、オンライン開催)

(2) 国内会議における発表

- [1] 池田拓人、小林努、
「計量アフィン形式におけるベクトル・テンソル理論」、
日本物理学会 第77回年次大会、
(2022年3月、オンライン開催)